

CESENATICO - FAKE EDITION - V. 2

1. Consideriamo il polinomio $p(x) = x^{2006} + 2x^{2005} + 3x^{2004} + \dots + 2007$. Trovare un polinomio non nullo le cui radici siano i reciproci delle radici di $p(x)$.

2. Tre numeri interi sono scritti sulla lavagna. Ad ogni passo e' possibile cancellare uno di essi e scrivere al suo posto la somma degli altri due diminuita di 1.

- Quali numeri posso ottenere partendo da 2,2,2?
- Quali numeri posso ottenere partendo da 3,3,3?

3. Trovare tutte le terne (x, y, z) di interi non negativi che risolvano l'equazione

$$\frac{1}{x+2} + \frac{1}{y+2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{z+2}.$$

4. Trovare tutti i polinomi $p(x)$ che soddisfino l'equazione

$$(x-16)p(2x) = 16(x-1)p(x).$$

5. Sia $ABCD$ un quadrilatero convesso; poniamo $\widehat{DAB} = \alpha$, $\widehat{ADB} = \beta$, $\widehat{ACB} = \gamma$, $\widehat{DBC} = \delta$ ed infine $\widehat{DBA} = \epsilon$. Sapendo che $\alpha < 90^\circ$, $\beta + \gamma = 90^\circ$ e $\delta + 2\epsilon = 180^\circ$, dimostrare che

$$(DB + BC)^2 = AD^2 + AC^2.$$