

## CESENATICO - FAKE EDITION - V. 4

1. Per quali numeri primi  $p$  e  $q$  il numero  $(p+1)^q$  e' un quadrato perfetto?
2. Un cerchio  $\Gamma$  e' inscritto in un quadrilatero ABCD. Sapendo che

$$\widehat{DAB} = \widehat{ABC} = 120^\circ, \quad \widehat{CDA} = 90^\circ \quad \text{e} \quad BC = 1$$

trovare la lunghezza di AD.

3. Un pavimento quadrato formato da  $100 \times 100$  quadratini deve essere tassellato utilizzando piastrelle rettangolari  $1 \times 3$ .

- (a) Dimostrare che, se si rimuove un quadrato  $2 \times 2$  dal centro del pavimento, il resto di esso puo' essere ricoperto con le suddette piastrelle.
- (b) Si puo' fare la stessa cosa se il quadrato  $2 \times 2$  viene invece rimosso da uno degli angoli?

4. Siano  $r_1, r_2, \dots, r_m$  numeri razionali positivi tali che  $r_1 + \dots + r_m = 1$ . Determinare il massimo e il minimo valore della funzione  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$  definita da

$$f(n) = n - [r_1 n] - [r_2 n] - \dots - [r_m n].$$

5. Si determinino i numeri primi  $p$  tali che  $\frac{2^{p-1} - 1}{p}$  sia un quadrato perfetto.